

Fachmathematik Elektrik / Elektronik

Inhalt

- Parallelschaltung von Widerständen

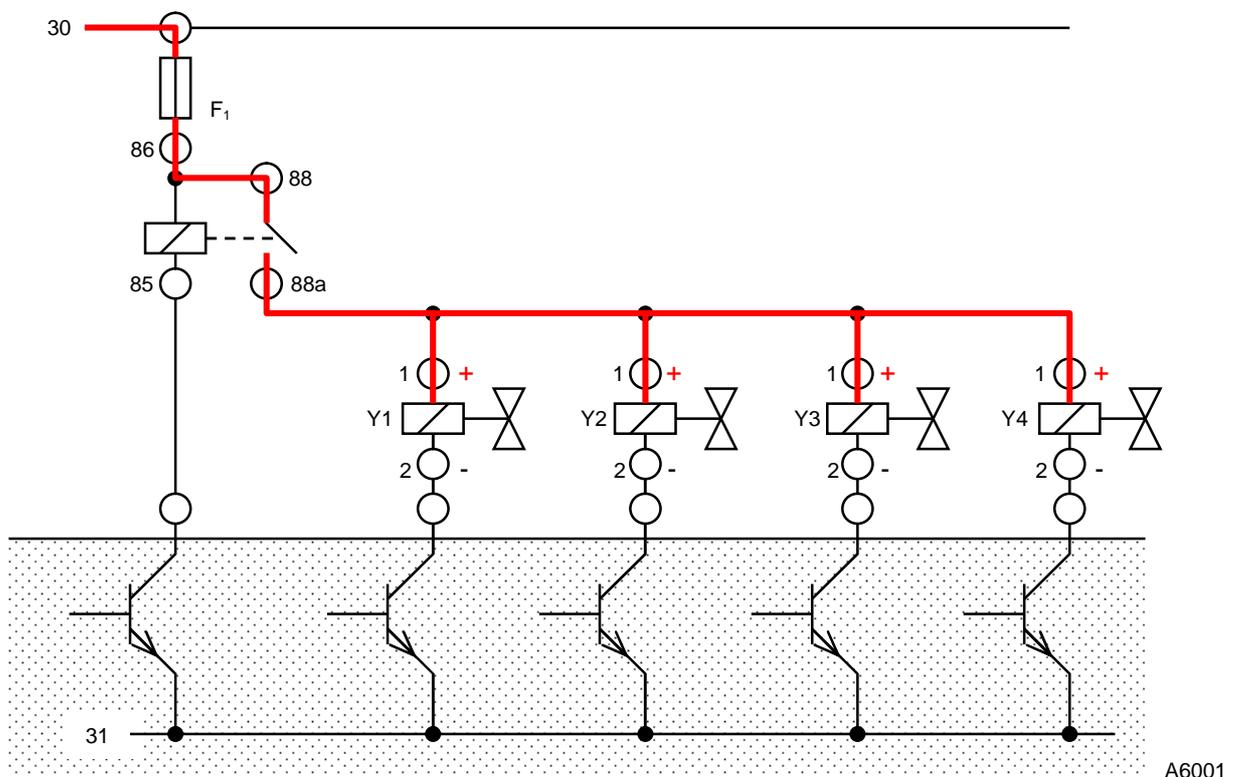
Parallelschaltung von Widerständen

Was versteht man unter der Parallelschaltung von Widerständen?

Die diversen Verbraucher, wie zum Beispiel Einspritzventile, Relais, Glühlampen, Zündspulen, Lambdasondenheizungen, Elektromotoren und Steuergeräte haben eins gemeinsam, sie benötigen eine Plus- und eine Minusversorgung. In der Regel sind sie im Kraftfahrzeug parallel geschaltet. Dies kann man daran erkennen, dass die Eingänge aller parallel geschalteten Verbraucher auf gleichem Potenzial liegen und die Ausgänge der Verbraucher auch auf gleichem Potenzial liegen. Das heißt, die Eingänge liegen auf Pluspotenzial, die Ausgänge liegen auf Minuspotenzial. Auch sind sie dadurch gekennzeichnet, dass sie die gleiche Spannungsaufschrift besitzen, zum Beispiel: 6 V, 12 V oder 24 V.

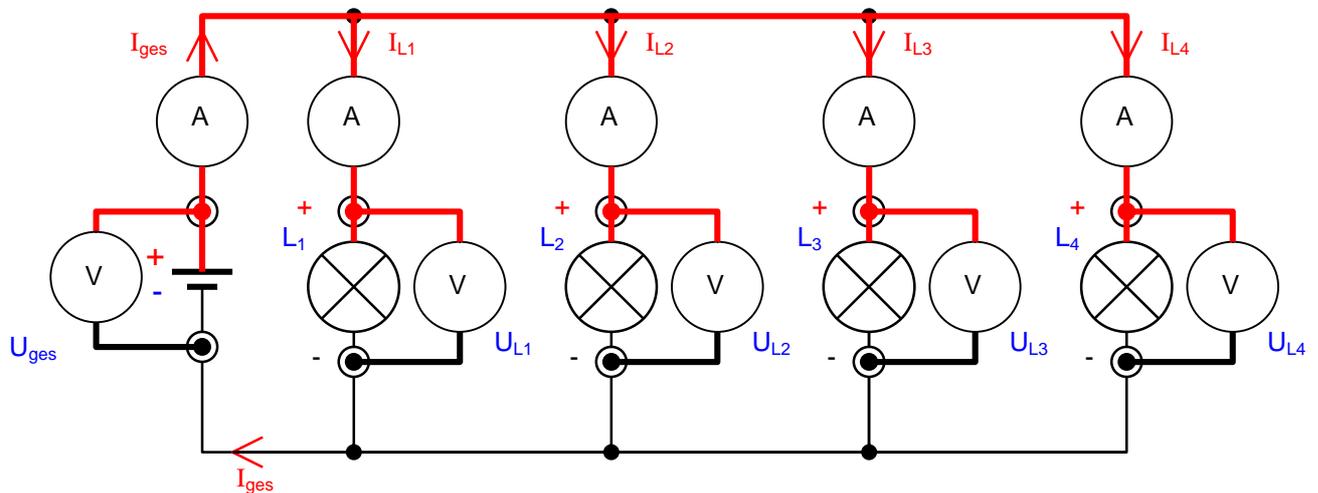
Schauen Sie sich zum Beispiel die einzelnen Glühlampen im Kraftfahrzeug an, sie haben bei der Betriebsspannung von 12 V alle die gleiche Spannungsaufschrift 12 V. Sie sind dann mit unterschiedlichen Leistungswerten versehen, je nach Einsatzzweck.

Abb.: 1 parallel geschaltete elektrische Komponenten, hier Einspritzventile



Alle Einspritzventile Y1, Y2, Y3, Y4 liegen mit dem Anschlusspin 1 auf gleichem **positiven Potenzial**, an den Anschlusspin 2 wird über den Transistor Minuspotenzial nach Einspritzzeitpunkt und Bedarf geschaltet. Sie können an jedem Einspritzventil an PIN 1 auf Klemme 31 gemessen, die gleiche Spannung messen. Diese Grundsätzlichkeit kennzeichnet auch eine Parallelschaltung.

Abb.: 2 parallel geschaltete Glühlampen



Diese in -Abb.: 2 parallel geschaltete Glühlampen- dargestellte Schaltung ist auch dadurch gekennzeichnet, dass an allen Glühlampen L_1 , L_2 , L_3 , L_4 , am Eingang PIN 1 das gleiche positive Potenzial und an PIN 2 das gleiche negative Potenzial vorhanden ist. Das heißt, die vorhandene Potenzialdifferenz, Gesamtspannung U_{ges} ist allen Glühlampen U_{L1} , U_{L2} , U_{L3} , U_{L4} , gleich groß und kann sich gleichzeitig über die vier Glühlampen ausgleichen. Der Gesamtstrom I_{ges} teilt sich also auf die einzelnen Glühlampen als Teilstrom I_{L1} , I_{L2} , I_{L3} , I_{L4} auf.

Wenn dieses erst einmal von Ihnen so verstanden worden ist, habe ich schon sehr viel erreicht.

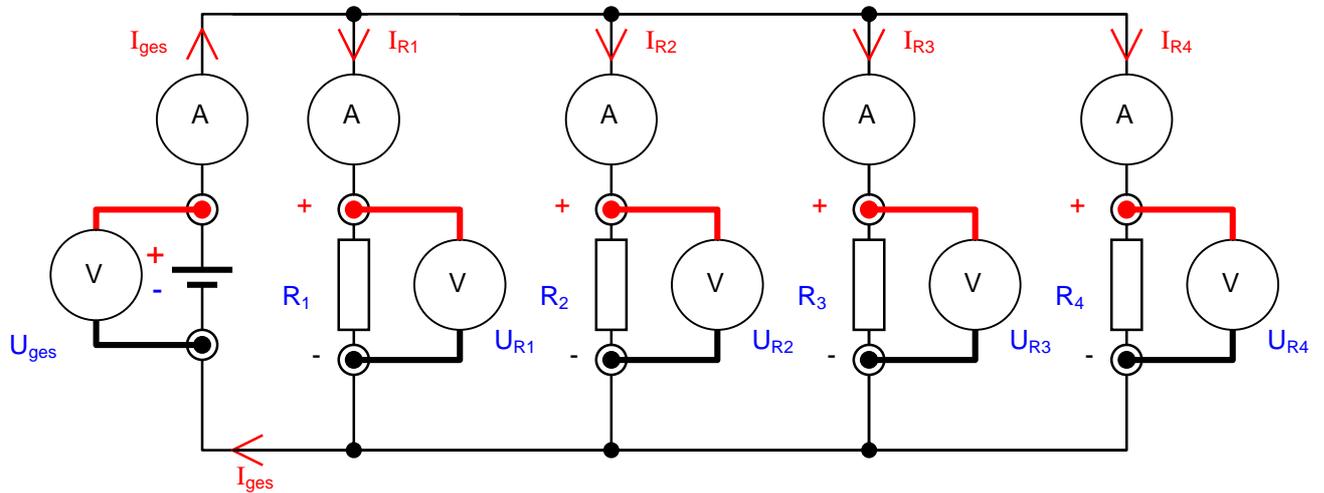
Anmerkung, Tipp 1:

Im Kraftfahrzeug sind vom Grundsatz her gesehen, nahezu alle Verbraucher parallel geschaltet.

Dieses erkennen Sie an der gleichen Betriebsspannungsaufschrift.

Denken Sie auch an den eigenen Haushalt zu Hause, dort sind auch alle elektrischen Komponenten parallel geschaltet, auch erkennbar an der gleichen Betriebsspannung.

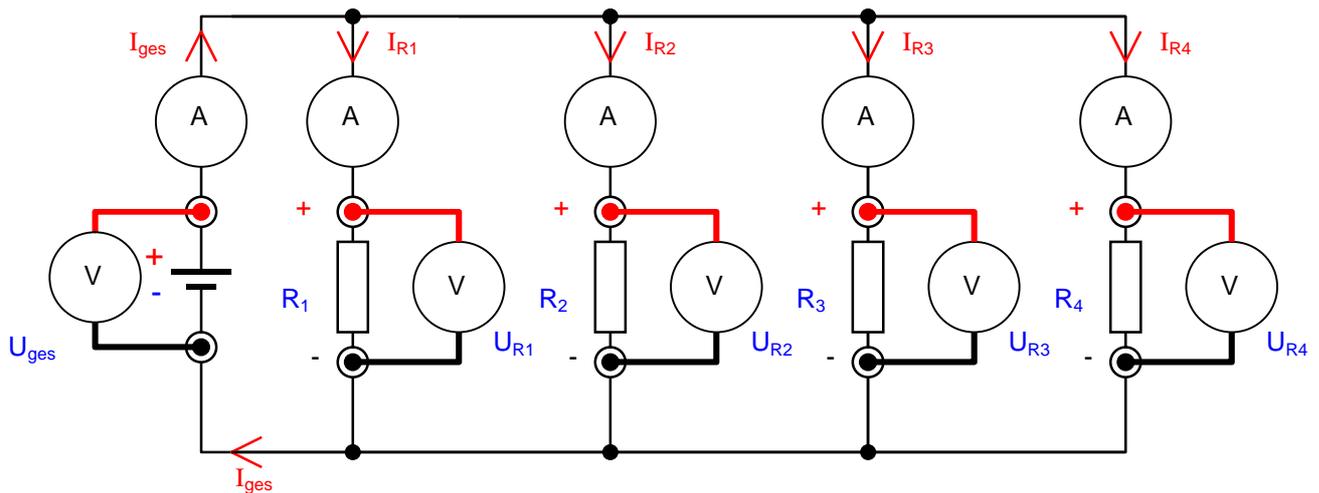
Abb.: 3 parallel geschaltete Widerstände



Werden nun wie in -Abb.: 3 parallel geschaltete Widerstände- Widerstände parallel geschaltet, sind hier die gleichen Gesetzmäßigkeiten vorhanden, wie in -Abb.: 2 parallel geschaltete Glühlampen-. Auch hier liegt am Eingang PIN 1 aller Widerstände das gleiche positive Potenzial und an PIN 2 das gleiche negative Potenzial an. Das heißt, die Gesamtspannung U_{ges} ist gleich der Spannung an den einzelnen Widerständen.

Grundsätzlichkeiten der Parallelschaltung von Widerständen

Abb.: 3 parallel geschaltete Widerstände Grundsätzlichkeiten



- Werden mehrere verschieden- oder gleich große Widerstände parallel geschaltet, so fließt durch jeden Widerstand nach Größe des Widerstandes ein Strom, der addiert den Gesamtstrom ergibt.

$$I_{\text{ges}} = I_{R1} + I_{R2} + I_{R3} + I_{R4} + I_{Rn} \Rightarrow [A + A + A + A] = A$$

umgestellt nach
den einzelnen Größen

$$I_{R1} = I_{\text{ges}} - I_{R2} - I_{R3} - I_{R4} \Rightarrow [A - A - A - A] = A$$

$$I_{R2} = I_{\text{ges}} - I_{R1} - I_{R3} - I_{R4} \Rightarrow [A - A - A - A] = A$$

$$I_{R3} = I_{\text{ges}} - I_{R1} - I_{R2} - I_{R4} \Rightarrow [A - A - A - A] = A$$

$$I_{R4} = I_{\text{ges}} - I_{R1} - I_{R2} - I_{R3} \Rightarrow [A - A - A - A] = A$$

I_{Rn} = Stromfluss durch zusätzlich parallel geschaltete Widerstände, durch zusätzlich geschaltete Widerstände ergibt sich ein neuer Gesamtstrom, demzufolge auch eine neue Gesamtstromstärke, die sich auf die einzelnen Widerstände aufteilt.

Durch gleich große Widerstände fließt die gleiche Stromstärke.

2. Die Spannung ist an jedem parallel geschalteten Widerstand gleich groß.
Das heißt, an jedem Widerstand liegt die gleiche Spannung an.

$$U_{\text{ges}} = U_{R1} = U_{R2} = U_{R3} = U_{Rn} \Rightarrow [V = V = V = V] = V$$

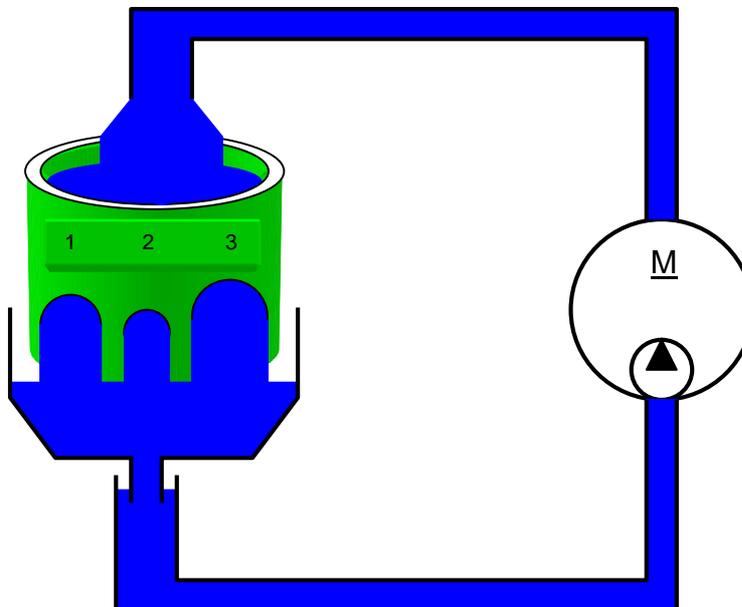
U_{Rn} = Spannung an allen nachfolgend geschalteten Widerständen

3. Der Gesamtwiderstand einer Parallelschaltung ist stets kleiner als der kleinste Einzelwiderstand.

Anmerkung, Tipp 2:

Erläuterung zum Gesamtwiderstand einer Parallelschaltung.

Abb.: 4 Wassereimer mit drei unterschiedlich großen Öffnungen und Wasserpumpe



Stellen Sie sich einen gefüllten Wassereimer mit, zum Beispiel, drei unterschiedlich großen Öffnungen (Ventilen) vor, siehe -Abb.: 4 Wassereimer mit drei unterschiedlich großen Öffnungen und Wasserpumpe-. Der Wasserdruck ist an allen drei Ventilen gleich groß, wie bei einer Parallelschaltung die Spannung an den Widerständen gleich groß ist. Öffnet man das Ventil eins, fließt eine bestimmte Menge Wasser pro Zeiteinheit aus dem Eimer heraus; wird durch die Pumpe wieder in den Eimer hineingefördert. Das heißt doch, dem Wasser im Eimer ist es nur möglich, aus dieser einen Öffnung herauszufließen. Öffnet man jetzt noch ein weiteres Ventil, kann das Wasser gleichzeitig aus zwei Öffnungen herausfließen. Das bedeutet, dem Herausfließen wird durch die beiden geöffneten Ventile weniger Widerstand entgegengesetzt. Öffnet man jetzt noch das dritte Ventil, verringert sich der Widerstand nochmals. Das Wasser kann also bei allen geöffneten Ventilen schneller aus dem Eimer fließen, als nur bei einem, oder bei zwei geöffneten Ventilen, gleichgültig welches Ventil geöffnet wird. Genau diese Gesetzmäßigkeit finden wir bei einer Parallelschaltung. Ist nur ein Widerstand vorhanden, kann sich die elektrische Spannung (Potenzialdifferenz) nur über diesen einen Widerstand ausgleichen.

Wird jetzt ein zweiter Widerstand zu dem ersten parallel geschaltet, ist es jetzt der Potenzialdifferenz möglich, sich über zwei Widerstände auszugleichen. Dem Ausgleichsbestreben wird also ein geringerer Widerstand entgegengesetzt. Schaltet man nun noch einen dritten Widerstand parallel zu den beiden vorhandenen Widerständen, ist es der Potenzialdifferenz jetzt noch besser (leichter) möglich sich auszugleichen. Mit jedem zusätzlich parallel geschalteten Widerstand ist es der Potenzialdifferenz immer besser möglich, sich auszugleichen.

Wichtige Erkenntnis:

Der Gesamtwiderstand verringert sich mit jedem zusätzlich parallel geschalteten Widerstand.

Wenn Sie das Vorgenannte soweit verstanden haben, ist eine sehr große Hürde im Verständnis um eine Parallelschaltung genommen.

Mathematische Betrachtung und Berechnung des Gesamtwiderstandes einer Parallelschaltung.

Wenn man das Beispiel mit dem Eimer zu Grunde legt, kann man sagen und natürlich auch feststellen, dass jede weitere Öffnung in dem Eimer, das Herausfließen des Wassers begünstigt. Überträgt man diese Feststellung auf normale Widerstände, die parallel geschaltet sind, nimmt mit jedem zusätzlich parallel geschalteten Widerstand der Gesamtwiderstand ab. Dieses Vermögen, den Strom fließen lassen zu können, bezeichnet man als den Leitwert **G [S = Siemens]** eines Widerstandes. Das heißt, ein kleiner Widerstand leitet den Strom besser als ein großer Widerstand. Der kleine Widerstand hat also ein besseres Leitvermögen als ein großer Widerstand. Die einzelnen Leitwerte der Widerstände addiert, ergeben den Gesamtleitwert der Schaltung.

$$\text{Gesamtleitwert} = \text{Summe der Teilleitwerte} \Rightarrow [\text{Siemens} + \text{Siemens} + \text{Siemens}] = \text{Siemens}$$

$$G_{\text{ges}} = G_{R1} + G_{R2} + G_{R3} + G_{R4} + G_{Rn} \Rightarrow [S + S + S + S] = S$$

G_{Rn} = Leitwert aller nachfolgend geschalteten Widerständen

Der Leitwert ist der Kehrwert des Widerstandes. Setzt man nun für die Leitwerte die Kehrwerte der Widerstände ein, ergibt sich folgende Gleichung:

$$\frac{1}{R_{\text{ges}}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_n} \Rightarrow \left[\frac{1}{\Omega} + \frac{1}{\Omega} + \frac{1}{\Omega} + \frac{1}{\Omega} + \frac{1}{\Omega} \right] = \frac{1}{\Omega} = S$$

R_n = nachfolgend geschaltete Widerstände

Leitwert

siehe www.Horst-Weinkauf.de/Fachmathematik Elektrik/Elektronik Kraftfahrzeugtechnik, Stromdichte J, Leitwert G

Diese Gleichung wird jetzt nach R_{ges} umgestellt, somit ergibt sich folgende Gleichung. Ich stelle die Gleichung Schritt für Schritt um, siehe nachfolgende Seite.

Ausgangsgleichung:

$$\frac{1}{R_{\text{ges}}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_n}$$

diese Gleichung mit R_{ges} multiplizieren

$$\frac{1}{R_{\text{ges}}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_n} \quad | \cdot R_{\text{ges}}$$

$$1 \cdot R_{\text{ges}} = R_{\text{ges}} \cdot \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_n} \right)$$

R_{ges} lässt sich auf der linken Seite des Gleichheitszeichens wegekürzen, somit ergibt sich folgende Gleichung

$$1 = R_{\text{ges}} \cdot \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_n} \right)$$

diese Gleichung wird durch den Klammerwert dividiert, somit ergibt sich folgende Gleichung

$$1 = R_{\text{ges}} \cdot \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_n} \right) \quad | : \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_n} \right)$$

$$\frac{1}{\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_n} \right)} = \frac{R_{\text{ges}} \cdot \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_n} \right)}{\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_n} \right)}$$

die Klammerwerte werden jetzt auf der rechten Seite des Gleichheitszeichens wegekürzt, somit ergibt sich folgende Gleichung

$$R_{\text{ges}} = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_n}} \Rightarrow \left[\frac{1}{\frac{1}{\Omega} + \frac{1}{\Omega} + \frac{1}{\Omega} + \frac{1}{\Omega} + \frac{1}{\Omega}} \right] = \frac{1}{\frac{5}{\Omega}} = \frac{1}{5} = \Omega$$

Durch mehr Erfahrung kompetente Lösungen

Die Gleichung, umgestellt nach den einzelnen Größen:

$$R_{\text{ges}} = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4}} \Rightarrow \left[\frac{1}{\frac{1}{\Omega} + \frac{1}{\Omega} + \frac{1}{\Omega} + \frac{1}{\Omega}} \right] = \frac{1}{\frac{1}{\Omega}} = \frac{1}{S} = \Omega$$

$$R_1 = \frac{1}{\frac{1}{R_{\text{ges}}} - \frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_3} - \frac{1}{R_4}} \Rightarrow \left[\frac{1}{\frac{1}{\Omega} - \frac{1}{\Omega} - \frac{1}{\Omega} - \frac{1}{\Omega}} \right] = \frac{1}{\frac{1}{\Omega}} = \frac{1}{S} = \Omega$$

$$R_2 = \frac{1}{\frac{1}{R_{\text{ges}}} - \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_3} - \frac{1}{R_4}} \Rightarrow \left[\frac{1}{\frac{1}{\Omega} - \frac{1}{\Omega} - \frac{1}{\Omega} - \frac{1}{\Omega}} \right] = \frac{1}{\frac{1}{\Omega}} = \frac{1}{S} = \Omega$$

$$R_3 = \frac{1}{\frac{1}{R_{\text{ges}}} - \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_4}} \Rightarrow \left[\frac{1}{\frac{1}{\Omega} - \frac{1}{\Omega} - \frac{1}{\Omega} - \frac{1}{\Omega}} \right] = \frac{1}{\frac{1}{\Omega}} = \frac{1}{S} = \Omega$$

$$R_4 = \frac{1}{\frac{1}{R_{\text{ges}}} - \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_3}} \Rightarrow \left[\frac{1}{\frac{1}{\Omega} - \frac{1}{\Omega} - \frac{1}{\Omega} - \frac{1}{\Omega}} \right] = \frac{1}{\frac{1}{\Omega}} = \frac{1}{S} = \Omega$$

Auf den ersten Blick scheint die Gleichung schwer nach den einzelnen Größen umzustellen zu sein. Es ist aber eine gewisse Regelmäßigkeit in dieser Gleichung vorhanden. Wenn irgendein Widerstand, R_1 , R_2 , R_3 oder auch R_4 gesucht wird, lautet/beginnt die Lösungsgleichung immer mit dem Wert: gesuchter Widerstand ist gleich 1 durch 1 durch Gesamtwiderstand minus 1 durch Teilwiderstand minus 1 durch Teilwiderstand minus 1 ...

$$R_{\text{ges}} = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}}$$

$$\text{gesuchter Widerstand} = \frac{1}{\frac{1}{\text{Gesamtwiderstand}} - \frac{1}{\text{Teilwiderstand}} - \frac{1}{\text{Teilwiderstand}} - \dots}$$

zum Beispiel R_3

$$R_3 = \frac{1}{\frac{1}{R_{\text{ges}}} - \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}} \Rightarrow \left[\frac{1}{\frac{1}{\Omega} - \frac{1}{\Omega} - \frac{1}{\Omega}} \right] = \frac{1}{\frac{1}{\Omega}} = \frac{1}{S} = \Omega$$

Es gibt noch eine zweite Gleichung, um den Gesamtwiderstand einer Parallelschaltung zu berechnen. Diese Gleichung gilt aber nur für 2 parallel geschaltete Widerstände. Ich persönlich favorisiere diese Gleichung nicht, da sie nach der gesuchten Größe, kompliziert umzustellen ist. Auch kann sie ja grundsätzlich nur bei zwei parallel geschalteten Widerständen angewendet werden.

$$R_{\text{ges}} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} \Rightarrow \left[\frac{\Omega \cdot \Omega}{\Omega + \Omega} \right] = \frac{\cancel{\Omega} \cdot \Omega}{\cancel{\Omega}} = \Omega$$

Beispiel:
Die Größe R_1 ist gesucht

Grundsatz in der Mathematik:
Aus Differenzen und Summen kürzen nur die Dummen.
Das heißt, man kann nicht einfach den Wert R_1 oder R_2 aus dieser Gleichung kürzen!

Anmerkung, Tipp 3:

Sollten in einer Aufgabenstellung nur 2 Widerstände parallel geschaltet sein und Sie suchen nur den Gesamtwiderstand, ist gegen die Benutzung dieser Gleichung selbstverständlich nichts einzuwenden.

Diese Gleichung wird nach R_1 oder R_2 umgestellt, somit ergeben sich folgende Gleichungen.

Ich stelle die Gleichung Schritt für Schritt um, siehe nachfolgende Seiten.

Ausgangsgleichung, gesuchte Größe = R_1 :

$$R_{\text{ges}} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$$

diese Gleichung mit $R_1 + R_2$ multiplizieren

$$R_{\text{ges}} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} \mid \cdot R_1 + R_2$$

$$R_{\text{ges}} \cdot (R_1 + R_2) = \frac{R_1 \cdot R_2 \cdot (R_1 + R_2)}{R_1 + R_2}$$

die Größe $R_1 + R_2$ auf und unter dem Bruchstrich lassen
sich jetzt wegkürzen

$$R_{\text{ges}} \cdot (R_1 + R_2) = R_1 \cdot R_2$$

die Größe links vom Gleichheitszeichen muss jetzt
ausmultipliziert werden, somit ergibt sich folgende Gleichung

$$R_{\text{ges}} \cdot R_1 + R_{\text{ges}} \cdot R_2 = R_1 \cdot R_2$$

$R_{\text{ges}} \cdot R_1$ wird auf die rechte Seite des Gleichheitszeichens
gebracht, somit ergibt sich folgende Gleichung

$$R_{\text{ges}} \cdot R_1 + R_{\text{ges}} \cdot R_2 - R_{\text{ges}} \cdot R_1 = R_1 \cdot R_2 - R_{\text{ges}} \cdot R_1$$

$R_{\text{ges}} \cdot R_1$ kann jetzt auf der linken Seite des
Gleichheitszeichens weggekürzt werden

$$R_{\text{ges}} \cdot R_2 = R_1 \cdot R_2 - R_{\text{ges}} \cdot R_1$$

R_1 wird jetzt auf der rechten Seite des Gleichheitszeichens
ausgeklammert, somit ergibt sich folgende Gleichung

$$R_{\text{ges}} \cdot R_2 = R_1 \cdot (R_2 - R_{\text{ges}})$$

$$R_{\text{ges}} \cdot R_2 = R_1 \cdot (R_2 - R_{\text{ges}}) \mid : (R_2 - R_{\text{ges}})$$

die Gleichung wird jetzt mit dem Klammerwert dividiert,
somit ergibt sich folgende Gleichung

$$\frac{R_{\text{ges}} \cdot R_2}{(R_2 - R_{\text{ges}})} = \frac{R_1 \cdot (R_2 - R_{\text{ges}})}{(R_2 - R_{\text{ges}})}$$

die Klammerwerte auf der rechten Seite des Gleichheitszeichens
lassen sich wegkürzen, somit ergibt sich folgende Gleichung

$$\frac{R_{\text{ges}} \cdot R_2}{R_2 - R_{\text{ges}}} = R_1 \Rightarrow \left[\frac{\Omega \cdot \Omega}{\Omega - \Omega} \right] = \frac{\cancel{\Omega} \cdot \Omega}{\cancel{\Omega}} = \Omega$$

Ausgangsgleichung, gesuchte Größe = R_2 :

$$R_{\text{ges}} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$$

diese Gleichung mit $R_1 + R_2$ multiplizieren

$$R_{\text{ges}} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} \cdot (R_1 + R_2)$$

$$R_{\text{ges}} \cdot (R_1 + R_2) = \frac{R_1 \cdot R_2 \cdot (R_1 + R_2)}{R_1 + R_2}$$

die Größe $R_1 + R_2$ auf und unter dem Bruchstrich lassen
sich jetzt wegekürzen

$$R_{\text{ges}} \cdot (R_1 + R_2) = R_1 \cdot R_2$$

die Größe links vom Gleichheitszeichen muss jetzt
ausmultipliziert werden, somit ergibt sich folgende Gleichung

$$R_{\text{ges}} \cdot R_1 + R_{\text{ges}} \cdot R_2 = R_1 \cdot R_2$$

$R_{\text{ges}} \cdot R_2$ wird auf die rechte Seite des Gleichheitszeichens
gebracht, somit ergibt sich folgende Gleichung

$$R_{\text{ges}} \cdot R_1 + R_{\text{ges}} \cdot R_2 - R_{\text{ges}} \cdot R_2 = R_1 \cdot R_2 - R_{\text{ges}} \cdot R_2$$

$R_{\text{ges}} \cdot R_2$ kann jetzt auf der linken Seite des
Gleichheitszeichens wegekürzt werden

$$R_{\text{ges}} \cdot R_1 = R_1 \cdot R_2 - R_{\text{ges}} \cdot R_2$$

R_2 wird jetzt auf der rechten Seite des Gleichheitszeichens
ausgeklammert, somit ergibt sich folgende Gleichung

$$R_{\text{ges}} \cdot R_1 = R_2 \cdot (R_1 - R_{\text{ges}})$$

$$R_{\text{ges}} \cdot R_1 = R_2 \cdot (R_1 - R_{\text{ges}}) \quad | : (R_1 - R_{\text{ges}})$$

die Gleichung wird jetzt mit dem Klammerwert dividiert,
somit ergibt sich folgende Gleichung

$$\frac{R_{\text{ges}} \cdot R_1}{(R_1 - R_{\text{ges}})} = \frac{R_2 \cdot (R_1 - R_{\text{ges}})}{(R_1 - R_{\text{ges}})}$$

die Klammerwerte auf der rechten Seite des Gleichheitszeichens
lassen sich wegekürzen, somit ergibt sich folgende Gleichung

$$\frac{R_{\text{ges}} \cdot R_1}{R_1 - R_{\text{ges}}} = R_2 \Rightarrow \left[\frac{\Omega \cdot \Omega}{\Omega - \Omega} \right] = \frac{\cancel{\Omega} \cdot \Omega}{\cancel{\Omega}} = \Omega$$

Sie sehen, es ist nicht so ganz einfach, diese Gleichung nach der gesuchten Größe umzustellen.

Anmerkung, Tipp 4:

Um Parallelschaltungen zu berechnen, versuchen Sie bitte konsequent zuerst das ohmsche Gesetz anzuwenden. Versuchen Sie bitte dieses zu beherrsigen, es hilft Ihnen ungemein.

Beispiele:

Wenn Sie zum Beispiel den Strom I_{ges} berechnen möchten, können Sie diese Gleichung anwenden:

$$I_{\text{ges}} = \frac{U_{\text{ges}}}{R_{\text{ges}}} \Rightarrow \left[\frac{\text{V}}{\Omega} \right] = \text{A}$$

oder

$$I_{\text{ges}} = I_1 + I_2 + I_3 + I_4 \Rightarrow [A + A + A + A] = A$$

Sie können zum Beispiel die Gesamtspannung U_{ges} über dem Widerstand R_1 und den Stromfluss I_{R1} berechnen:

$$U_{\text{ges}} = R_1 \cdot I_{R1} \Rightarrow [\Omega \cdot A] = V$$

oder

$$U_{\text{ges}} = R_3 \cdot I_{R3} \Rightarrow [\Omega \cdot A] = V$$

Wenn Sie zum Beispiel den Widerstand R_3 berechnen möchten:

$$R_3 = \frac{U_{\text{ges}}}{I_{R3}} \Rightarrow \left[\frac{\text{V}}{\text{A}} \right] = \Omega$$

Sollten Sie mit dem ohmschen Gesetz nicht mehr weiter kommen, dann erst nutzen Sie bitte die Gesetzmäßigkeiten der Parallelschaltung mit den entsprechenden Gleichungen.

Anmerkung, Besonderheit bei der Berechnung des Gesamtwiderstandes bei gleich großen parallel geschalteten Widerständen:

Besteht die Schaltung nur aus gleich großen parallel geschalteten Widerständen, kann man für die Berechnung des Gesamtwiderstandes R_{ges} nachfolgende Gleichung anwenden:

$$R_{\text{ges}} = \frac{R_{\text{Teil}}}{n} \Rightarrow \left[\frac{\Omega}{1} \right] = \Omega$$

umgestellt nach
den einzelnen Größen

$$n = \frac{R_{\text{Teil}}}{R_{\text{ges}}} \Rightarrow \left[\frac{\Omega}{\Omega} \right] = 1$$

$$R_{\text{Teil}} = R_{\text{ges}} \cdot n \Rightarrow [\Omega \cdot 1] = \Omega$$

n = Anzahl der parallel geschalteten gleich großen Widerstände

R_{Teil} = Teilwiderstand

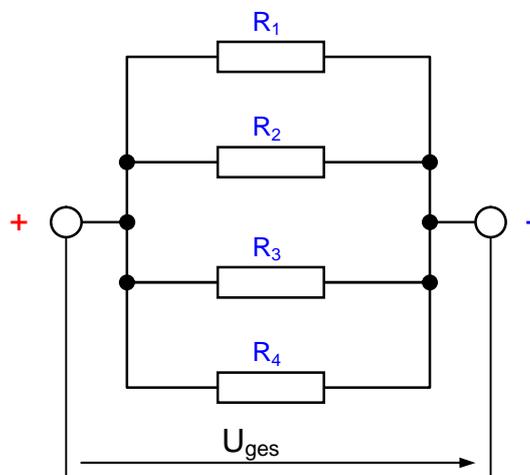
R_{ges} = Gesamtwiderstand

Anmerkung, Tipp 5:

Versuchen Sie immer die Aufgabenstellung einer Parallelschaltung zuerst als so genanntes prinzipielles Ersatzschaltbild darzustellen, es vereinfacht die Berechnung und Erkennung der Aufgabenstellung ungemein.

Die Darstellung, wie sie unter der -Abb.: 5 Ersatzschaltbild einer Parallelschaltung- dargestellt ist, reicht dafür grundsätzlich aus.

Abb.: 5 Ersatzschaltbild einer Parallelschaltung



Anmerkung, Tipp 6:

Um den Gesamtwiderstand mathematisch zu berechnen, hilft eine Funktionstaste auf dem Taschenrechner.

Schauen Sie auf Ihren Taschenrechner und suchen nach der Funktionstaste 1/X oder X⁻¹ Sie ist die Kehrwerttaste auf dem Taschenrechner.

Beispiel, mathematische Rechenoperation:

geg = ||
 $R_1 = 20 \Omega$
 $R_2 = 40 \Omega$
 $R_3 = 60 \Omega$
 ges = R_{ges}

Anmerkung:
 Parallelschaltungen kann man dadurch kennzeichnen, in dem man bei gegeben (geg), zwei parallel verlaufende Striche senkrecht zeichnet. So weiß man, es handelt sich um eine Parallelschaltung.

$$R_{ges} = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}}$$

$$R_{ges} = \frac{1}{\frac{1}{20} + \frac{1}{40} + \frac{1}{60}} \Rightarrow \left[\frac{1}{\frac{1}{\Omega} + \frac{1}{\Omega} + \frac{1}{\Omega}} \right] = \frac{1}{\frac{1}{\Omega}} = \frac{1}{S} = \Omega$$

$$R_{ges} = \underline{\underline{10,90909091 \Omega}}$$

Tippen Sie die Daten wie folgt in den Taschenrechner:

$$20 \ 1/X + 40 \ 1/X + 60 \ 1/X = 1/X$$

Sie stellen fest, die Reihenfolge der Eingabe ist eine ganz andere, gegenüber der Schreibweise. Durch die Eingabe und die Funktionstaste 1/X übernimmt der Taschenrechner die mathematische Rechenoperation für uns, dividiere bitte 1 ÷ 20 + 1 ÷ 40 + 1 ÷ 60, mit der Ist - Gleich - Taste = wird die Rechenoperation unter dem Bruchstrich abgeschlossen. Nun steht aber dieser errechnete Wert unter dem Bruchstrich, mit einem Zähler 1 auf dem Bruchstrich, sodann muss also nochmals die Funktionstaste 1/X gedrückt werden, um Zähler durch Nenner zu dividieren.

Bei manchen Taschenrechnern muss man nach der Eingabe 1/X nochmals die = Taste drücken, erst dann schließt der Taschenrechner die mathematische Operation ab.

Wir haben also das „Pferd von hinten aufgezäumt“. Diese Eingabereihenfolge erleichtert die mathematische Berechnung, speziell die einer Parallelschaltung, erheblich. Üben Sie einfach die Eingabe in den Taschenrechner mit bekannten Größen, Sie werden feststellen, es funktioniert.

Anmerkung, Tipp 7:

Mathematische Rechenoperation aus der Umstellung der Gleichung nach der Größe 1. Hier soll verdeutlicht werden, dass die **Größe/Wert Eins** nicht einfach durch kürzen aus der Gleichung verschwinden darf beziehungsweise soll.

Wenn Sie aus der Beispielrechnung für die Kehrwerttaste 1/X die Daten übernehmen und die Rechenoperation zur Berechnung der Größe 1 eingeben, werden Sie feststellen, dass wirklich die Größe 1 mathematisch berechnet wurde. Somit ist auch mathematisch bewiesen, dass der Wert **Eins** zur Umstellung der Gleichung dringend gehört und mathematisch notwendig und erforderlich ist.

$$\frac{1}{R_{\text{ges}}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$

$$1 = R_{\text{ges}} \cdot \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right)$$

$$1 = 10,90909091 \cdot \left(\frac{1}{20} + \frac{1}{40} + \frac{1}{60} \right) \Rightarrow \left[\Omega \cdot \left(\frac{1}{\Omega} + \frac{1}{\Omega} + \frac{1}{\Omega} \right) \right] = \Omega \cdot \frac{1}{\Omega} = \frac{\cancel{\Omega} \cdot 1}{\cancel{\Omega}} = 1$$

$$1 = \underline{1} \Rightarrow \text{das Ergebnis hat keine Einheit}$$

1 steht hier als Ergebnis der Einheitengleichung für dimensionslos, das heißt, das Ergebnis hat keine Einheit.

Eingabe in den Taschenrechner:

$$10,90909091 \times (20 \ 1/X + 40 \ 1/X + 60 \ 1/X) = 1$$

oder

$$10,90909091 \times (20 \ X^{-1} + 40 \ X^{-1} + 60 \ X^{-1}) = 1$$

Mathematische Beispielaufgaben zur Berechnung von Parallelschaltungen:

1. In einer Parallelschaltung sind 4 Widerstände mit folgenden Werten vorhanden:
 $R_1 = 25 \Omega$, $R_2 = 14,5 \Omega$, $R_3 = 70 \Omega$, $R_4 = 5,2 \Omega$. Die Gesamtspannung beträgt $14,2 \text{ V}$.
 - 1.1 Wie groß sind die Teilströme?
 - 1.2 Welche Gesamtstromstärke stellt sich ein?
 - 1.3 Wie groß ist der Gesamtwiderstand?

geg = II Schaltung

$$R_1 = 25 \Omega$$

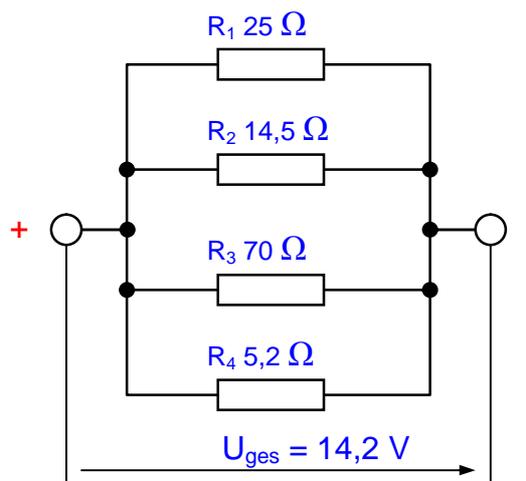
$$R_2 = 14,5 \Omega$$

$$R_3 = 70 \Omega$$

$$R_4 = 5,2 \Omega$$

$$U_{\text{ges}} = 14,2 \text{ V}$$

ges = I_{ges} , I_{R1} , I_{R2} , I_{R3} , I_{R4} , R_{ges}



Die Gesamtspannung ist gegeben, somit kann nach dem ohmschen Gesetz der Gesamtstrom berechnet werden, ebenso die Teilströme, desgleichen gilt für den Gesamtwiderstand.

$$I_{R1} = \frac{U_{\text{ges}}}{R_1}$$

$$I_{R1} = \frac{14,2}{25} \Rightarrow \left[\frac{\text{V}}{\Omega} \right] = \text{A}$$

$$I_{R1} = \underline{\underline{0,568 \text{ A}}}$$

$$I_{R2} = \frac{U_{\text{ges}}}{R_2}$$

$$I_{R2} = \frac{14,2}{14,5} \Rightarrow \left[\frac{\text{V}}{\Omega} \right] = \text{A}$$

$$I_{R2} = \underline{\underline{0,979310344 \text{ A}}}$$

$$I_{R3} = \frac{U_{\text{ges}}}{R_3}$$

$$I_{R3} = \frac{14,2}{70} \Rightarrow \left[\frac{\text{V}}{\Omega} \right] = \text{A}$$

$$I_{R3} = \underline{\underline{0,202857142 \text{ A}}}$$

$$I_{R4} = \frac{U_{\text{ges}}}{R_4}$$

$$I_{R4} = \frac{14,2}{5,2} \Rightarrow \left[\frac{\text{V}}{\Omega} \right] = \text{A}$$

$$I_{R4} = \underline{\underline{2,730769231 \text{ A}}}$$

$$I_{\text{ges}} = I_{R1} + I_{R2} + I_{R3} + I_{R4}$$

$$I_{\text{ges}} = 0,568 + 0,979310344 + 0,202857142 + 2,730769231 \Rightarrow [A + A + A + A] = A$$

$$I_{\text{ges}} = \underline{\underline{4,480936717 \text{ A}}}$$

$$R_{\text{ges}} = \frac{U_{\text{ges}}}{I_{\text{ges}}}$$

$$R_{\text{ges}} = \frac{14,2}{4,480936717} \Rightarrow \left[\frac{\text{V}}{\text{A}} \right] = \Omega$$

$$R_{\text{ges}} = \underline{\underline{3,168980259 \Omega}}$$

Erläuterungen:

R_1 = Widerstand Nr. 1

R_2 = Widerstand Nr. 2

R_3 = Widerstand Nr. 3

R_4 = Widerstand Nr. 4

U_{ges} = Gesamtspannung

R_{ges} = Gesamtwiderstand

I_{ges} = Gesamtstrom

I_{R1} = Stromfluss durch R_1

I_{R2} = Stromfluss durch R_2

I_{R3} = Stromfluss durch R_3

I_{R4} = Stromfluss durch R_4

Alternative Lösung für die Berechnung des Gesamtwiderstandes:

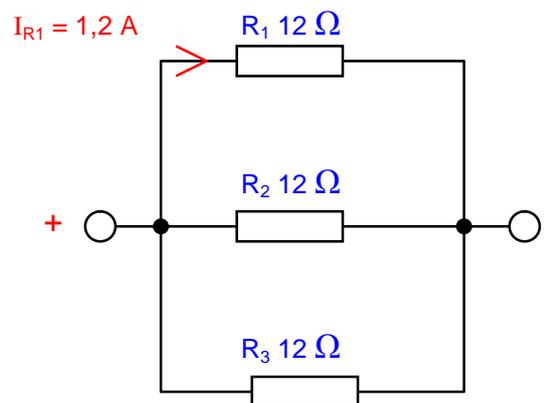
$$R_{\text{ges}} = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4}}$$

$$R_{\text{ges}} = \frac{1}{\frac{1}{25} + \frac{1}{14,5} + \frac{1}{70} + \frac{1}{5,2}} \Rightarrow \left[\frac{1}{\frac{1}{\Omega} + \frac{1}{\Omega} + \frac{1}{\Omega} + \frac{1}{\Omega}} \right] = \frac{1}{\frac{1}{\Omega}} = \frac{1}{S} = \Omega$$

$$R_{\text{ges}} = \underline{\underline{3,168980259 \Omega}}$$

2. Drei gleich große Widerstände mit jeweils 12Ω , sind parallel geschaltet.
 Durch den ersten Widerstand fließt ein Strom von $1,2 \text{ A}$.
- 2.1 Wie groß ist die Spannung an den Widerständen?
 2.2 Wie groß ist der sich einstellende Gesamtstromfluss?
 2.3 Wie groß ist der Gesamtwiderstand?

geg = II Schaltung
 $R_1 = 12 \Omega$
 $n = 3$
 $I_{R1} = 1,2 \text{ A}$
 ges = $U_{\text{ges}}, I_{\text{ges}}, R_{\text{ges}}$



$$R_{\text{ges}} = \frac{R_{\text{Teil}}}{n}$$

$$R_{\text{ges}} = \frac{12}{3} \Rightarrow \left[\frac{\Omega}{1} \right] = \Omega$$

$$R_{\text{ges}} = \underline{\underline{4 \Omega}}$$

$$U_{\text{ges}} = R_1 \cdot I_{R1}$$

$$U_{\text{ges}} = 12 \cdot 1,2 \Rightarrow [\Omega \cdot \text{A}] = \text{V}$$

$$U_{\text{ges}} = \underline{\underline{14,4 \text{ V}}}$$

$$I_{\text{ges}} = I_{R1} \cdot n$$

$$I_{\text{ges}} = 1,2 \cdot 3 \Rightarrow [\text{A} \cdot 1] = \text{A}$$

$$I_{\text{ges}} = \underline{\underline{3,6 \text{ A}}}$$

Erläuterungen:

R_1 = Widerstand Nr. 1

R_2 = Widerstand Nr. 2

R_3 = Widerstand Nr. 3

U_{ges} = Gesamtspannung

R_{ges} = Gesamtwiderstand

I_{ges} = Gesamtstrom

I_{R1} = Stromfluss durch R_1

n = Anzahl der Widerstände

3. Ein Sechszylinderdieselmotor springt nicht mehr so gut an. Ihre Messungen ergaben folgende Werte: $R_{\text{Kerze}} = 1,2 \Omega$, Gesamtwiderstand = $0,3 \Omega$. Die Batterieklemmenspannung beim Vorglühen betrug $13,8 \text{ V}$.
- 3.1 Welches Schadensereignis ist bei dieser Anlage aufgetreten?
- 3.2 Wie groß ist die Spannung an den Glühkerzen?
- 3.3 Wie groß ist der sich einstellende Gesamtstromfluss bei intakter Anlage?
- 3.3 Wie groß ist der Gesamtwiderstand bei intakter Anlage?

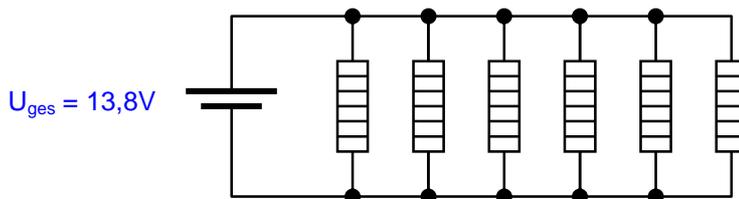
geg = II Schaltung

$$R_{\text{GK}} = 1,2 \Omega$$

$$n = 6$$

$$R_{\text{ges}} = 0,3 \Omega \text{ gemessen}$$

ges = Schadensereignis bei dem gemessenen Gesamtwiderstand, U_{GK} , I_{ges} , R_{ges}



- 3.1 Welches Schadensereignis ist bei dieser Anlage aufgetreten?

$$R_{\text{ges}} = \frac{R_{\text{GK}}}{n}$$

$$n = \frac{R_{\text{GK}}}{R_{\text{ges}}}$$

$$n = \frac{1,2}{0,3} \Rightarrow \left[\frac{\Omega}{\Omega} \right] = 1$$

$$n = \underline{\underline{4}}$$

Erläuterungen:

R_{GK} = Widerstand Glühkerze

I_{GK} = Stromfluss durch eine Glühkerze

U_{ges} = Gesamtspannung

U_{GK} = Spannung an den Glühkerzen

R_{ges} = Gesamtwiderstand

I_{ges} = Gesamtstrom

n = Anzahl der Glühkerzen = z

z = Zylinderzahl

Der gemessene Widerstandwert von $0,3 \Omega$ bezieht sich auf nur 4 Zylinder (Glühkerzen), das heißt, das Schadensereignis lautet: zwei Glühkerzen sind ausgefallen, oder die Anschlussleitungen zu 2 Glühkerzen haben eine Unterbrechung.

3.2 Wie groß ist die Spannung an den Glühkerzen?

Die Spannung an den Glühkerzen ist genauso hoch wie die Klemmenspannung der Batterie = 13,8 V. Wir haben es ja mit einer Parallelschaltung zu tun, alle Widerstände liegen an gleicher Spannung.

3.3 Wie groß ist der Gesamtwiderstand bei intakter Anlage?

$$R_{\text{ges}} = \frac{R_{\text{GK}}}{n}$$

$$R_{\text{ges}} = \frac{1,2}{6} \Rightarrow \left[\frac{\Omega}{1} \right] = \Omega$$

$$R_{\text{ges}} = \underline{\underline{0,2 \Omega}}$$

Erläuterungen:

R_{GK} = Widerstand Glühkerze
 I_{GK} = Stromfluss durch eine Glühkerze
 U_{ges} = Gesamtspannung
 R_{ges} = Gesamtwiderstand
 I_{ges} = Gesamtstrom
 n = Anzahl der Glühkerzen = z
 z = Zylinderzahl

3.3 Wie groß ist der sich einstellende Gesamtstromfluss bei intakter Anlage?

$$I_{\text{GK}} = \frac{U_{\text{k}}}{R_{\text{GK}}}$$

$$I_{\text{GK}} = \frac{13,8}{1,2} \Rightarrow \left[\frac{\text{V}}{\Omega} \right] = \text{A}$$

$$I_{\text{GK}} = \underline{\underline{11,5 \text{ A}}}$$

$$I_{\text{ges}} = I_{\text{GK}} \cdot z$$

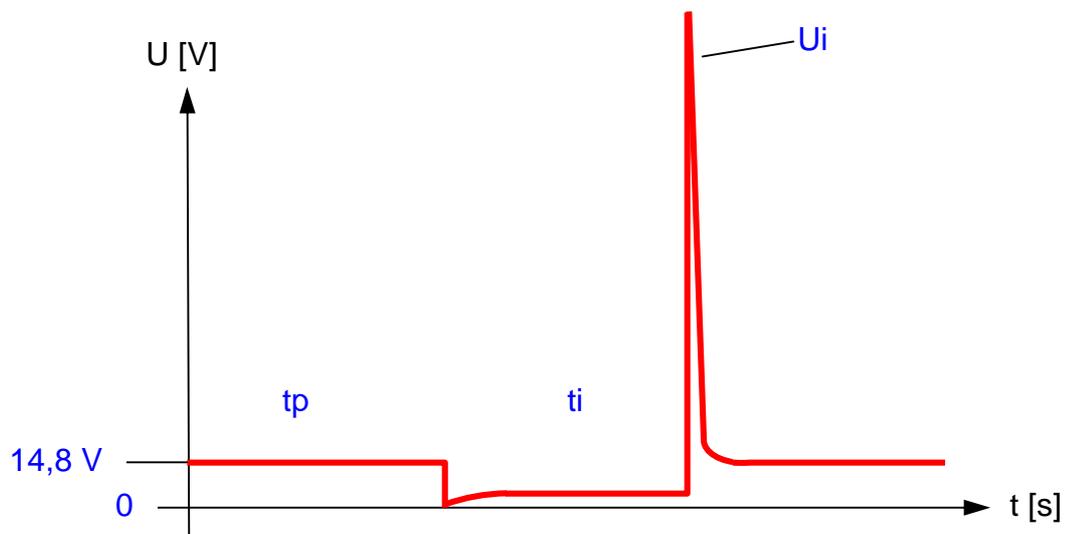
$$I_{\text{ges}} = 11,5 \cdot 6 \Rightarrow [\text{A} \cdot 1] = \text{A}$$

$$I_{\text{ges}} = \underline{\underline{69 \text{ A}}}$$

Übungsaufgaben zur Parallelschaltung

- 1.) Ein Vierzylindermotor hat als Motormanagementsystem eine zylinderselektive Einspritzung. Die Einspritzventile besitzen jeweils 16Ω . Sobald das Einspritzventil des 1. Zylinders angesteuert wird, misst man mit dem Oszilloskop eine Klemmenspannung am Einspritzventil von $14,8 \text{ V}$. Siehe -Abb.: 6 t_i – Signal eines Einspritzventils, mit dem Oszilloskop aufgenommen-
 - 1.1 Wie groß ist die Klemmenspannung an den drei anderen Einspritzventilen? Begründen Sie Ihre Aussage.
 - 1.2 Wie groß ist der Gesamtwiderstand?
 - 1.3 Welche Einspritzvariante wäre vorhanden, wenn der Generator durch die Ansteuerung der Einspritzventile mit dem Gesamtstrom für die Einspritzventile belastet wird? (berechnen Sie dazu bitte auch den Gesamtstrom I_{ges})?
 - 1.4 Welche Stromstärke erzeugt die notwendige Magnetfeldstärke zum Öffnen des Einspritzventils?

Abb.: 6 t_i – Signal eines Einspritzventils, mit dem Oszilloskop aufgenommen



Erläuterungen:

- t_p = Pausendauer (Einspritzventil ist geschlossen)
- t_i = Impulsdauer (Einspritzventil ist geöffnet, Einspritzzeit)
- U_i = Selbstinduktionsspannung im Abschaltaugenblick, bei neuen Systemen ca. 50 V

- 2.) Die drei Zuheizerglühstiftkerzen eines Pumpe – Düse – Systems können unterschiedlich angesteuert werden. Kleine Heizleistung = 1 Glühstiftkerze, große Heizleistung = 2 Glühstiftkerzen, maximale Heizleistung = 3 Glühstiftkerzen. Die drei Glühstiftkerzen sind vom Aufbau her gesehen gleich, sie besitzen jeweils einen Widerstand von $0,6 \Omega$.
Die Reguliervspannung des Generators ist mit $14,8 \text{ V}$ erreicht.
- 2.1 Wie groß ist der Gesamtwiderstand bei maximaler Heizleistung?
2.2 Mit welcher Stromstärke wird der Generator bei kleiner Heizleistung belastet?
2.3 Welche Stromstärke fließt aus dem Generator bei maximaler Heizleistung?
2.4 Welche Widerstandsänderung tritt ein, wenn von kleiner auf maximale Heizleistung umgeschaltet wird; wird der Widerstand größer oder kleiner, begründen Sie Ihre Aussage und berechnen Sie sie?
2.5 Zeichnen Sie ein prinzipielles Schaltbild dieser Anlage.
2.6 Schließen Sie das Multimeter zur Messung des Glühkerzenwiderstandes an. Siehe -Abb.: 7 Glühkerze eines Zuheizersystems-

Abb.: 7 Glühkerze eines Zuheizersystems

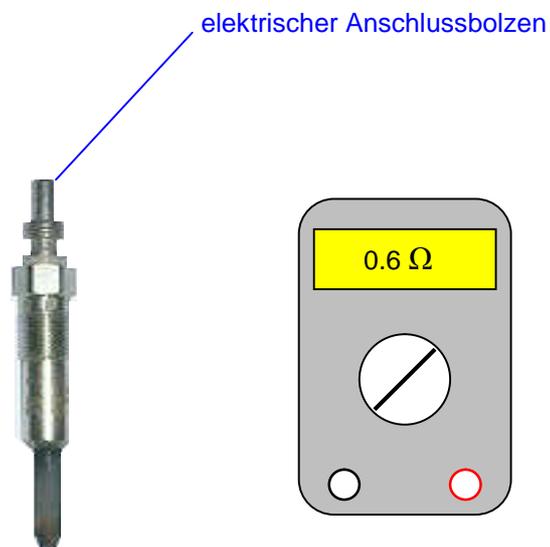


Foto: Horst Weinkauf

- 3.) Vier Widerstände sind parallel geschaltet. Folgende Daten sind bekannt:
 $R_1 = 35 \Omega$, $R_2 = 40 \Omega$, $R_4 = 85 \Omega$, $R_{\text{ges}} = 8,670309654 \Omega$.
- 3.1 Wie groß ist der Widerstand R_3 ?

- 4.) Eine Parallelschaltung mit vier Widerständen, besitzt folgenden Daten:
Teilströme $I_{R1} = 1,25 \text{ A}$, $I_{R2} = 0,569230769 \text{ A}$, $I_{R3} = 1,18 \text{ A}$, $I_{R4} = 2,08 \text{ A}$.
Der Widerstand R_2 hat einen Widerstandswert von 26Ω .
- 4.1 Welche Werte besitzen die anderen Widerstände?
 - 4.2 Wie groß ist der Gesamtwiderstand?
 - 4.3 Wie groß ist der Gesamtleitwert der Schaltung?
 - 4.4 Wie groß sind die Teilleitwerte?
 - 4.5 Wie groß ist der Gesamtstrom?
 - 4.6 Welcher Widerstand besitzt den besten Leitwert?

Lösungen Parallelschaltung:

1.1 = $U_{KVentile}$ = überlegen Sie und mailen Sie mir Ihre Lösung zu

1.2 = R_{ges} = 4Ω

1.3 = I_{ges} = $3,7 A$

1.3 = Einspritzstrategie, überlegen Sie und mailen Sie mir Ihre Lösung zu

1.4 = I_{Ventil} = $0,925 A$

2.1 = $R_{gesmaxHeizl}$ = $0,2 \Omega$

2.2 = $I_{kleineHeizl}$ = $24,66666667 A$ Stromfluss kleine Heizleistung

2.3 = $I_{maxHeizl}$ = $74 A$ Stromfluss maximale Heizleistung

2.4 = ΔR = $0,4 \Omega$ Widerstand wird kleiner

2.4 = Begründung für die Änderung: überlegen Sie und mailen Sie mir Ihre Lösung zu

2.5 = zeichnen Sie die Schaltung und mailen Sie sie mir dann zu

2.6 = schließen Sie das Multimeter an und mailen mir Ihre Lösung zu

3.1 = R_3 = 20Ω

4.1 = R_1 = $11,84014395 \Omega$

4.1 = R_3 = $12,54252537 \Omega$

4.1 = R_4 = $7,115471125 \Omega$

4.2 = R_{ges} = $2,913862475 \Omega$

4.3 = G_{ges} = $0,343187095 S$

4.4 = G_1 = $0,084458432 S$

4.4 = G_2 = $0,038461538 S$

4.4 = G_3 = $0,07972876 S$

4.4 = G_4 = $0,140538831 S$

4.5 = I_{ges} = $5,079230769 A$

4.6 = bester G = bester Leitwert, überlegen Sie und mailen Sie mir Ihre Lösung zu

Lösen Sie die Aufgabenstellungen und nehmen Sie, wenn Bedarf vorhanden ist, Kontakt über die Netzadresse/Kontakt mit mir auf.

<http://www.Horst-Weinkauf.de>

Guten Erfolg bei der Lösung der Aufgabenstellungen